###### **n - мерный булев куб** - мн. всех наборов нулей и единиц

###### **K - слой n - мерного булева куба** - это мн-во наборов этого куба, в которых ровно K - единиц

###### **Булевой функцией** зависящей от n переменных называется отображение , т.е

###### **f=g**, если для любого набора значений переменных

###### **Число различных булевых ф-ий**, зависящих от n переменных равно

###### Существенные переменные

Булева ф-я ) **существенно зависит** от переменной , если существует набор значений переменных такой что:

Если есть булевы ф-ии f1,f2, то с помощью переименования, добавления, удаления фиктивных переменных, можно сделать так, чтобы ф-ии f1 и f2 зависели от одних и тех же переменных

###### **Булевы функции равные**, если одну из них можно получить из другой с помощью переименования, добавления, удаления фиктивных переменных.

###### **Булева формула**

1)Любая булева ф-я из мн. является **булевой формулой** над F

2)Если и каждое - либо переменная, либо булева ф-я над F, где i=1,2…,n , то также является булевой формулой над F

3)Булевыми формулами над F являются те и только те выражения, которые могут быть получены за конечное число применений суперпозиции и замены переменной

###### **Тавтология** - булева формула реализующая константу 1

###### **Противоречие** - булева формула реализующая константу 0

###### **Равносильные булевы формулы** - булевы формулы реализующие одну и ту же булеву ф-ию

###### **Основные равносильности:**

**Свойства констант**

**Закон двойного отрицания**

**Свойство идемпотентности**

**Свойства коммутативности( Конъюнкция, дизъюнкция, сложение по модулю 2, эквивалентность)**

**Свойства ассоциативности( Конъюнкция, дизъюнкция,(сложение по модулю 2))**

**Свойства дистрибутивности( Конъюнкция, дизъюнкция,сложение по модулю 2)**

**Правила де Моргана**

**Элементарное поглощение**

**Элементарное склеивание**

**Обобщенное склеивание**

###### **Равносильное преобразование булевой формулы** - это такое преобразование формулы, при котором некоторая подформула формулы заменяется на равносильную ей формулы.

###### **ДНФ**

###### **Элементарная конъюнкция** - конъюнкция переменных с отрицанием или без, взятых не более чем одному разу

###### **Ранг *элементарной конъюнкции*** *- это число переменных в ней*

###### **1** - *элементарная конъюнкция ранга 0*

###### **Полная *элементарная конъюнкция*** *- элементарная конъюнкция, содержащая каждую переменную ровно один раз*

###### **ДНФ** - дизъюнкция различных элементарных конъюнкций

###### **СДНФ** -ДНФ, состоящая их полных *элементарных конъюнкций*

###### **Теорема** (о разложении булевой ф-ии в ДНФ по одной переменной)

Произвольную булеву ф-ю можно представить следующим образом

###### **Теорема** (о разложении булевой ф-ии в ДНФ по K переменных)

Произвольную булеву ф-ю можно представить следующим образом

###### **Теорема** (о существовании и единственности представления булевой ф-ии в виде СДНФ)

Произвольную булеву ф-ю отличную от константы 0, единственным образом можно представить в виду СДНФ

###### **Теорема** (о полноте системы булевых ф-ий )

Любую булеву ф-ю можно реализовать булевой формулой над мн. булевых ф-ий, состоящих из *.*

###### **КНФ**

###### **Элементарная дизъюнкция** - дизъюнкция переменных с отрицанием или без, взятых не более чем одному разу

###### **0** - элементарная дизъюнкция ранга 0

###### **Полная элементарная дизъюнкция** - элементарная дизъюнкция , содержащая каждую переменную ровно один раз

###### **КНФ** - конъюнкция различных элементарных дизъюнкций

###### **СКНФ** -ДНФ, состоящая их полных элементарных дизъюнкций

###### **Теорема** (о разложении булевой ф-ии в КНФ по одной переменной)

Произвольную булеву ф-ю можно представить следующим образом

###### **Теорема** (о разложении булевой ф-ии в КНФ по K переменных)

Произвольную булеву ф-ю можно представить следующим образом

###### **Теорема** (о существовании и единственности представления булевой ф-ии в виде СДКНФ)

Произвольную булеву ф-ю отличную от константы 1, единственным образом можно представить в виду СДНФ

###### **Полином Жегалкина**

###### **Моном** - элементарная конъюнкция, в которой нет переменных с отрицанием

###### **П.Ж.** - сумма по модулю 2 различных мономов

###### **Степень П.Ж.** - максимальный ранг его монома

###### Если в СДНФ заменить все дизъюнкции на сложение по модулю 2, то получим равносильную формулу

###### **Теорема(П.Ж.)**

Произвольная булева ф-я единственным способом реализуется полиномом жегалкина

###### **0** - П.Ж. степени 0

###### **Замыкание системы булевых ф-ий F** - мн. [F] бул. ф-ий, реализуемых булевыми формулами над F

###### **[F]** - множество булевых ф-ий, которые получаются из ф-ий системы F операциями замены переменной и суперпозиции ф-ий

###### **Свойства замыкания:**

1)

2) Если система , то замыкание

###### **[Полнота]Система булевых ф-ий F полна,** если с помощью замены переменной и суперпозиции ф-ий из ф-ий системы F можно получить любую булеву ф-ю

###### 

###### **Лемма:**

Если F - полна и каждая ф-я Fi(\*) выразима через ф-ии системы G, то G - полная система.

###### **Полные системы:**

1)

2

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

###### **Замкнутый класс -** если замыкание [F] совпадает с F

Из ф-ий системы F можно получить только ф-ии ей принадлежащие.

(суперпозицией и заменой переменной)

###### **Лемма:**

Булевых ф-ий сохраняющих 0(1) от n переменных

###### **Лемма:**

Линейных ф-ий от n переменных

###### **Лемма:**

Самодвойственных ф-ий от n переменных

###### **Лемма:**

Монотонных ф-ий от **1 -** 3, **2 -** 6, **3 -** 20, **4 -** 168, **5 -** 7581, **6 -** 7828354

###### **Лемма(о двойственности суперпозиции)**

Ф-я двойственная суперпозиции, есть суперпозиция двойственных ф-ий

###### **Лемма(принцип двойственности)**

Если булева ф-я f реализуется булевой формулой A, состоящей из символов ф-ий f1(\*).....fn(\*), то f\* реализуется булевой формулой, которая получается из A заменой каждого символа, каждой ф-ии fi на символ (fi)\*

###### **Таблица булевых ф-ий:**

|  |  |
| --- | --- |
| T0 | 0,X,,, |
| T1 | 1,X,,,, |
| S | X, |
| M | 1,0,X,, |
| L | 1,0,X,,, |

###### **Основная лемма критерия полноты**

Если с помощью суперпоз. и замены --- 0,1,

###### **Лемма о несамодвойственной ф-ии**

Если с помощью суперпоз. с и замены --- const

###### **Лемма о немонотонной ф-ии**

Если с помощью суперпоз. с и замены ---

###### **Лемма о нелинейной ф-ии**

Если с помощью суперпоз. с и замены ---

###### **Критерий полноты:**

Для того, чтобы система булевых ф-ий F была полной необходимо и достаточно, чтобы она целиком не содержалась ни в одном из 5 замечательных замкнутых классов.

###### 

###### **Функциональные элементы** - дискретные преобразователи, реализующие элементарные булевы ф-ии.

###### **Минимальная ДНФ**, реализующая булеву ф-ю f - если она содержит минимальное число переменных и их отрицаний среди всех ДНФ, реализующих ф-ю f

###### **Импликанта** - элементарная конъюнкция - если на любом наборе значений переменных, на котором элементарная конъюнкция обращается в 1б булева ф-я также принимает значение 1

###### **Простая импликанта** - если удаление из импликанты любой переменной приводит к *элементарной конъюнкции, которая уже не является импликантой булевой ф-ии*

###### **СКДНФ** - дизъюнкция всех простых импликант